Universidade Federal da Paraíba

Universidade Aberta do Brasil

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Departamento de Matemática

Licenciatura em Matemática à Distância

Yvison Tonni da Silva

Ensinando com Estratégias Função Exponencial

Itaporanga – PB

2012

Yvison Tonni da Silva

Ensinando com Estratégias Função Exponencial

Trabalho de conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática

Orientador: Ms. Givaldo de Lima

Itaporanga – PB

2012

Ensinando com Estratégias Função Exponencial

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Givaldo de Lima

Aprovado em: 08/12/2012

COMISSÃO EXAMINADORA

Presidente da banca: Prof. Ms. Givaldo de Lima

Avaliador: Prof. Ms. Valdecir Teófilo Moreno

Avaliador: Prof. Ms. José Elias dos Santos Filho

Catalogação na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

S586e Silva, Yvison Tonni da.
Ensinando com estratégia função exponencial / Yvison Tonni da Saraiva. – João Pessoa, 2012.
56 p. : il.

Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba.
Orientador: Prof. Ms. Givaldo de Lima.

1. Função exponencial. 2. Função – Resolução de problema. 3. Matemática – Ensino e aprendizagem. I. Título.

BS/CCEN CDU 517.51(043.2)

Dedico este trabalho a minha esposa Desterro Ramalho, que sem o seu apoio, contribuição e dedicação não seria possível a sua realização.

AGRADECIMENTOS

- À **Deus**, fonte de luz, sabedoria e inspiração.
- Aos **meus pais** pelo incentivo, dedicação e compreensão.
- Ao **professor e orientador** Ms. Givaldo de Lima, pelo incentivo e dedicação durante a realização deste trabalho.
- Aos **alunos** e **professores** da Escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio Genésio Pinto Ramalho por tornar possível a realização deste trabalho.
- Aos **meus filhos** Nathan e Nícollas pelo carinho e compreensão.
- À **minha esposa** Desterro Ramalho, pelo incentivo e dedicação que muito contribuíram para realização deste trabalho.
- Aos **meus colegas** de curso, que compartilharam e venceram os obstáculos para a realização deste sonho.
- A **todos** que colaboraram para a realização deste trabalho.

A Matemática está passando por profundas transformações. O professor necessariamente deve estar mais preparado para participar dessas transformações e para se aventurar no novo.

Ubiratan D`Ambrosio

Resumo

A função exponencial é um importante conteúdo da Matemática que deve ser ensinado na sala de aula a todos os alunos, pois suas aplicações desenvolvem o raciocínio intelectual, pensando assim se fez necessário um estudo reflexivo sobre a dificuldade de aprendizagem nesse conteúdo. Nesta perspectiva, verificamos que existe dificuldade de aprendizagem no ensino de função exponencial na sala de aula, interferindo no desenvolvimento das habilidades e no raciocínio cognitivo, concreto e abstrato dos alunos na resolução de problemas que envolvem o seu estudo. Para isso, foi necessária a realização de uma pesquisa bibliográfica, com o objetivo de conhecer as concepções de estudiosos e pesquisadores desta área. Além disso, também foi realizada uma pesquisa de campo, com o objetivo de conhecer as concepções do professor de Matemática sobre o estudo de função exponencial e suas vantagens para aprendizagem dos alunos. Para realizar a pesquisa de campo e coleta dos dados foram utilizados questionários com alunos e professor, tendo como objetivo verificar o desempenho dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, na resolução de problemas, onde foram propostas, no primeiro momento, situações problemas para serem resolvidas sem estratégias de ensino e no segundo momento, com estratégias de ensino e a seguir apresentamos uma análise do desempenho dos alunos nas duas situações.

PALAVRAS CHAVES: Função exponencial, resolução de problema, ensino e aprendizagem.

ABSTRACT

The exponential function is an important content of mathematics that should be taught in the classroom for all students, because their applications develop the intellectual reasoning, thinking it was so necessary a reflective study about the difficulty of learning this content. In this perspective, we note that there is difficulty learning in teaching exponential function in the classroom, interfering with the development of skills and cognitive reasoning, abstract and concrete students in solving problems that involve your study. For this it was necessary to perform a literature search in order to know the views of scholars and researchers in this area. In addition, we conducted a field survey in order to know the teachers' conceptions of mathematics concerning the study of the exponential function and its advantages to student learning. To conduct field research and data collection were used questionnaires with students and teachers, and to verify the performance of students of 1st year of high school, problem solving, where were proposed, at first, problem situations to be resolved without teaching strategies and the second time with teaching strategies and then present an analysis of student performance in both situations.

KEYWORDS: Exponential function, problem solving, learning and teaching.

LISTA DE ABREVIATURAS

EF Ensino Fundamental

EMEFM Escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio

EMEFMGPR Escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio Genésio Pinto Ramalho

LDB Lei de Diretrizes e Bases

PB Paraíba

PCNEM Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio

S/N Sem Número

UAB Universidade Aberta do Brasil

UFPB Universidade Federal da Paraíba

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

Sumário

Introdução

Encontramos algumas dificuldades de aprendizagem no ensino de Função Exponencial em sala de aula, alunos desmotivados, sem atenção e interesse algum para estudar. Principalmente quando a escola esta disputando constantemente no cotidiano da sociedade com equipamentos altamente tecnológicos, com muitas informações rápidas e puro divertimento.

Por ser importante a presença para o ensino e aprendizagem do conteúdo de Função Exponencial no convívio do cotidiano do aluno como, por exemplo: o juro de uma conta de água ou de luz, compreender um gráfico de jornal ou revista entre outros, e de grande necessidade no âmbito escolar se faz necessário esta pesquisa para investigar e compreender como solucionar ou amenizar as dificuldades de aprendizagem dos alunos.

A pesquisa faz um relato histórico mostrando várias afirmações teóricas sobre a Função Exponencial, sua importância e como estimular a compreensão da aprendizagem no ensino da Matemática.

Enfatizamos a definição, as propriedades de Função Exponencial e as orientações dos PCNEM como auxílio para o entendimento no desenvolvimento nas aulas de Matemática.

1. Memorial Acadêmico

1.1 Histórico da formação escolar

Nasci na cidade de João Pessoa-PB e sou um dos sete filhos da professora Maria da Conceição Soares da Silva. Iniciei a minha vida acadêmica na Escola Estadual Professora Antônia Rangel de Farias, em 1987, com a professora Francisca, onde comecei aprender meus primeiros conhecimentos educacionais. Nesta escola continuei meus estudos até 4ª série do 1º grau, onde tinha muitos professores competentes e comprometidos com a educação. No ano seguinte, me transferi para a Escola Estadual Pe. Hildon Bandeira e lá continuei os estudos até a 8ª série do Ensino Fundamental, onde concluí, aprendí a gostar da área de Matemática e todos os professores que tive estão de parabéns. Fui em seguida estudar na Escola Lyceu Paraibano, onde conclui o 2º grau no ano de 1997. No outro ano, fiz vestibular, mas não passei, mesmo assim fiquei estudando em casa e fazendo cursinho pré-vestibular no colégio 2001. No ano de 2001, iniciei o curso do magistério conhecido como Projeto Logos II, concluído no dia 25 de junho de 2002, onde pude ter na prática o início de várias experiências na área da educação. Em seguida, ingressei no curso de Pedagogia na Universidade Federal da Paraíba em João Pessoa, mas, por motivo de mudança de cidade para o interior do Estado da Paraíba concluí em 2007 na Universidade Estadual Vale do Acaraú o curso de Pedagogia, onde adquiri uma peculiaridade de conhecimentos de grande utilidade na área da educação. Hoje sou um funcionário público efetivo da cidade de Nova Olinda-PB, onde leciono a disciplina de Matemática. No período de 2004 até 2008 fiz vários cursos de capacitação na área da educação que me trouxe uma enorme visão no conhecimento e na aprendizagem educacional, como por exemplo: Curso de Formação Continuada para Professor do Ensino Fundamental II, Curso de Capacitação para a Formação de Alfabetizadores de Jovens e Adultos do Programa Alfabetização Solidária, Seminário de Formadores III do Programa Vamos Cuidar do Brasil, formação continuada de professores e alunos em Educação Ambiental.

1.2 Histórico da formação universitária

Após terminar o curso de Pedagogia na Universidade Estadual do Vale do Acaraú, ingressei em seguida na Especialização em Educação Matemática da Faculdade Integrada de Patos - PB, concluindo em 2008, onde tive uma grande formação acadêmica e ótimos professores preparados e qualificados, mas, sentia a falta de um complemento profissional, pois gosto muito da área de Matemática. Depois, surgiu à oportunidade de ingressar no curso de graduação da UFPB, no âmbito do sistema Universidade Aberta do Brasil - UAB. Ingressei no Curso de Licenciatura em Matemática com previsão de conclusão no mês de dezembro de 2012.

Meus anseios são terminar o curso de Licenciatura em Matemática, depois fazer mestrado e doutorado para me aperfeiçoar cada vez mais na área da Educação. Apesar de ter sido muito difícil chegar até aqui, pois, por ser um curso a distância dependemos de computadores e internet, que muitas vezes nos deixa na mão para enviar ou responder uma atividade, sem dizer que devemos nos deslocar de uma cidade para outra para fazer prova presencial, mas, dou graças a Deus que tive está oportunidade de estudar e de existir cursos assim à distância como a EaD que leva conhecimentos a lugares que até então não existia. Apesar de tudo, vale apena estudar na UFPB - Virtual e tornar um sonho impossível de cursar uma Universidade em realidade.

Hoje me sinto vitorioso de atingir os objetivos com a chegada do final do curso e de ter conseguido me adaptar a esse novo método virtual de ensino, com técnicas avançadas de aprendizagem.

2. REFERENCIALTEÓRICO

Há muito tempo o ensino e a aprendizagem da função exponencial nas aulas de Matemática tem sido um grande pesadelo para muitos alunos e professores da escola.

Segundo Fiorentini e Morim (1990), são muitas as dificuldades encontradas por professores e alunos no processo ensino - aprendizagem da Matemática. Se, por um lado o aluno não entende a Matemática que lhe é ensinada e é reprovado por isso, por outro lado o professor, não conseguindo alcançar resultados satisfatórios em suas aulas procura, muitas vezes, simples receitas de como ensinar determinados conteúdos, acreditando ser esta a melhor solução.

Observamos constantemente alunos reclamando que “não estão entendendo a matéria” ou que “a Matemática é muito complicada”, questionando o porquê de aprender o conteúdo de função exponencial e qual a inter-relação deste conteúdo com suas vidas diárias. Já os professores dizem que os alunos não querem saber de nada, não prestam atenção nas aulas, não fazem as atividades propostas e que falta conhecimento nos conteúdos dos anos anteriores para que exista uma melhor compreensão do assunto função exponencial, ou seja, existe uma grande deficiência na sua base de ensino.

O ilustre D’Ambrósio (1989) diz: “há quase vinte anos, que a típica aula de Matemática tanto no nível de primeiro, quanto de segundo ou terceiro graus era uma aula expositiva, na qual o professor passava para o quadro negro aquilo que ele julgava importante e quanto mais exercícios de fixação o aluno resolvesse, mais aprenderia.”

Acreditamos que o professor era o transmissor do conhecimento, limitando o conteúdo no uso do livro didático, quando presente, e, ao quadro de giz e enormes listas de exercícios.

Segundo Lopes (2005, p. 22): “Os métodos tradicionais de ensino estão cada vez menos atraentes para a criança, ela quer participar, questionar, atuar e não consegue ficar horas a fio sentada ouvindo uma aula expositiva”.

Entendemos que, com a relação ao ensino de função exponencial, na aula de Matemática, pode-se observar diariamente a criatividade do aluno, que não é explorada pelo professor. A repetição da prática nas aulas bloqueia a capacidade do aluno pesquisar, de indagar e de ir além. Segundo Medeiros (2005, p. 20):

> No ensino tradicional da Matemática não tem havido, em geral, um respeito pela criatividade do aluno. Na prática de ensino de um grande número de professores, alheios à preocupação com a criatividade matemática, há um desencontro entre esta e a forma metódica como as idéias parecem surgir àqueles em suas exposições de sala de aula.

Dessa forma, entende-se que o aluno termina não desenvolvendo sua criatividade por utilizar métodos tradicionais de solução de questões de função exponencial que o próprio professor adotou. A motivação do aluno é bloqueada, causando o desinteresse pelas aulas e, por consequência, o fracasso nas avaliações.

Para Lopes (2005, p. 22): “a criança de hoje é extremamente questionadora, não “engole” os conteúdos despejados sobre ela sem saber o porquê ou principalmente para que”.

Procurando soluções para os problemas em relação ao ensino e aprendizagem de função exponencial na aula de Matemática, Lins (2005) propõe que é preciso fazer os alunos verem “a Matemática na vida real”, isto é, “trazer a vida real para as aulas de Matemática”, utilizando exemplos práticos e que estão ao alcance dos alunos.

Pode-se observar que introduzindo a experiência do cotidiano dos alunos nas atividades de função exponencial, a aprendizagem e o interesse são maiores, levando o aluno à auto-refletir tal conteúdo.

Segundo Ubiratan D’Ambrósio a Modelagem Matemática tem emergido como formas de dar um sentido às aulas de Matemática, ligando a Matemática que se estuda na escola com o cotidiano do estudante.

Compreende-se assim que é mais uma proposta de estímulo e reforço no ensino e aprendizagem do estudo de função exponencial para os alunos.

Medeiros (2005) também aponta algumas propostas para a melhoria do ensino da Matemática nas escolas. Segundo o autor, “para que haja uma mudança radical desta situação, é preciso à consciência da necessidade desta mudança e a busca do que fazer para mudar”. Tem que existir uma grande aproximação entre o professor e o aluno, uma prática para que possa ser ouvido o aluno, dando oportunidade de expor suas idéias e que possa dialogar coletivamente os conteúdos abordados.

É de fundamental importância que exista o diálogo entre professor e aluno para que realmente ocorra o desenvolvimento da aprendizagem.

Com o propósito de solucionar e tornar mais interessante e mais atrativo o estudo de função exponencial na sala de aula, tendo como subsídios os autores citados, dentre outros, iremos introduzir uma proposta de atividade para a construção do conceito de função exponencial na utilização de experiências do cotidiano do aluno com a finalidade de estimular e melhorar o raciocínio deles, adquirindo assim a curiosidade pelo conhecimento, para que exista um maior interesse pelas aulas de Matemática.

2.1 Concepções dos PCNEM e LDB

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1996 (LDB/96), ao considerar o Ensino Médio como última e complementar etapa da Educação Básica, e a Resolução Conselho Nacional de Educação de 1998 (CNE/98), ao instituir as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, que organizam as áreas de conhecimento e orientam a educação à promoção de valores como a sensibilidade e a solidariedade, atributos da cidadania, apontam de que forma o aprendizado de Ciências e de Matemática, já iniciado no Ensino Fundamental, deve encontrar complementação e aprofundamento no Ensino Médio. Nessa nova etapa, em que já se pode contar com uma maior maturidade do aluno, os objetivos educacionais podem passar a ter maior ambição formativa, tanto em termos da natureza das informações tratadas, dos procedimentos e atitudes envolvidas, como em termos das habilidades, competências e dos valores desenvolvidos.

Mais amplamente integrado à vida comunitária, o estudante da escola de nível médio já tem condições de compreender e desenvolver consciência mais plena de suas responsabilidades e direitos, juntamente com o aprendizado disciplinar.

Observarmos que são poucos os estudantes que tem consciência sobre o interesse da aprendizagem educacional e especialmente na área da Matemática, pois inúmeras são as evasões nas escolas públicas, apesar de saber que sem educação não existe uma sociedade justa e igualitária.

Segundo os PCNEM: “A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem, portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes. Mas, não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da Música à Informática, do comércio à Meteorologia, da Medicina à cartografia, das Engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver. A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos. O desenvolvimento dos instrumentos matemáticos de expressão e raciocínio, contudo, não deve ser preocupação exclusiva do professor de Matemática, mas das quatro disciplinas científico-tecnológicas, preferencialmente de forma coordenada, permitindo-se que o aluno construa efetivamente as abstrações matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado. A pertinente presença da Matemática no desenvolvimento de competências essenciais, envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico, é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE/98.”

Percebermos que a Matemática é importantíssima para o desenvolvimento do estudante, pois amplia e desenvolve a capacidade de pensar cognitivamente, aprimorando assim o raciocínio concreto e abstrato da realidade do seu cotidiano.

Segundo os PCNEM: “À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente.”

Acreditarmos que devemos introduzir o estudante neste processo de globalização junto com a orientação educacional da escola.

Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

Entendemos que apesar dos PCNEM se preocupar com a motivação, interesse do estudante, na realidade onde exerço meu trabalho como educador é muito difícil, pois são vários obstáculos, deste a família que muitas vezes manda os filhos trabalharem na roça para complementar a renda familiar ou matricula na escola, sem nenhum acompanhamento dos pais, só para receber o dinheiro da bolsa escola no final do mês.

Segundo os PCNEM: “Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.”

Dessa forma, entende-se que o estudo de função, em especial função exponencial, deve ser ensinado através da vivência das experiências dos alunos, pois fica mais fácil e melhor de ser absolvido este conteúdo ensinado, estimulando o aluno a adquirir o interesse, despertando sua criatividade e curiosidade.

Nos PCNEM: “O aprendizado que tem seu ponto de partida no universo vivencial comum entre os alunos e os professores, que investiga ativamente o meio natural ou social real, ou que faz uso do conhecimento prático de especialistas e outros profissionais, desenvolve com vantagem o aprendizado significativo, criando condições para um diálogo efetivo, de caráter interdisciplinar, em oposição ao discurso abstrato do saber, prerrogativa do professor. Além disso, aproximam a escola do mundo real, entrando em contato com a realidade natural, social, cultural e produtiva, em visitas de campo, entrevistas, visitas industriais, excursões ambientais. Tal sistema de aprendizado também atribui sentido imediato ao conhecimento, fundamentando sua subsequente ampliação de caráter abstrato.”

Acreditamos que o aprendizado do conteúdo função exponencial vivenciado pela própria experiência do estudante é mais fácil de ser assimilado e compreendido.

Segundo os PCNEM: “A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. A função exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, que o estudo de função exponencial é também aplicado em áreas do conhecimento como Matemática Financeira, Física, Química, dentre outras.”

2.2 Função Exponencial

O estudo de funções possui uma grande importância no aprendizado dos alunos de Matemática, e em especial o estudo de função exponencial, introduzindo a utilização de gráficos, que pode ser justificada nas palavras a seguir: “O estudo das funções ganha relevância na leitura e interpretação da linguagem gráfica que dá significado às variáveis das grandezas envolvidas, e possibilita análise para prever resultados”. (PARANÁ, 2006, pág. 38).

As funções exponenciais são aquelas que crescem ou decrescem muito rapidamente. Elas desempenham papéis fundamentais na Matemática e nas ciências envolvidas com ela, como: Física, Química, Engenharia, Astronomia, Economia, Biologia, Psicologia e outras.

Na matemática financeira, por exemplo: Aplicando-se R$ 15.000,00 a uma taxa de juro composto de 1,7% a.m., quanto receberei de volta após um ano de aplicação?

Dado

C: R$ 15.000,00

1,7% a.m., então a taxa de porcentagem é $\frac{1,7}{100}$a.m, que é igual a 0,017 a.m

i: 0,017 a.m

1 ano = 12 meses

n:12

Utilizaremos a fórmula abaixo:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Ao substituirmos cada uma das variáveis pelo seu respectivo valor teremos:

$$M = 15000 \cdot (1 + 0{,}017)^{12}$$

Podemos então realizar os cálculos para encontramos o valor do montante:

$M=15000 \,.\, 1{,}017^{12} \Rightarrow$
$M=15000 \,.\, 1{,}224197 \Rightarrow$
$M=18362{,}96$

Logo o montante a receber será de R$ 18.362,96.

2.3 HISTÓRIA

Na História da Matemática encontramos uma passagem, onde conta segundo Delano (2010), à lenda que um rei solicitou aos seus súditos que lhe inventassem um novo jogo, a fim de diminuir o seu tédio. O melhor jogo teria direito a realizar qualquer desejo. Um dos seus súditos inventou, então, o jogo de xadrez. O Rei ficou maravilhado com o jogo e viu-se obrigado a cumprir a sua promessa. Chamou, então, o inventor do jogo e disse que ele poderia pedir o que desejasse. O astuto inventor pediu então que as 64 casas do tabuleiro do jogo de xadrez fossem preenchidas com moedas de ouro, seguindo a seguinte condição: na primeira casa seria colocada uma moeda e em cada casa seguinte seria colocado o dobro de moedas que havia na casa anterior. O Rei considerou o pedido fácil de ser atendido e ordenou que providenciassem o pagamento. Tal foi sua surpresa quando os tesoureiros do reino lhe apresentaram a suposta conta, pois apenas na última casa o total de moedas era de 2^{63}, o que corresponde a aproximadamente 9 223 300 000 000 000 000. Não se pode esquecer ainda que o valor entregue ao inventor seria a soma de todas as moedas contidas em todas as casas. O rei estava falido!

Percebemos que o texto acima nos apresenta uma aplicação de funções exponenciais, especialmente da função $y = 2^x$.

2.4 DEFINIÇÃO

Segundo os autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Carlos Murakami a definição de função exponencial é: Dado um número real *a*, tal que 0 < *a* ≠ 1, chamamos função exponencial de base a a função f de IR em IR que associa a cada x real o número a^x.

Em símbolos:

$$f: IR \rightarrow IR^+$$
$$x \rightarrow a^x$$

Exemplos de funções exponenciais em IR:

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $p(x) = 10^x$

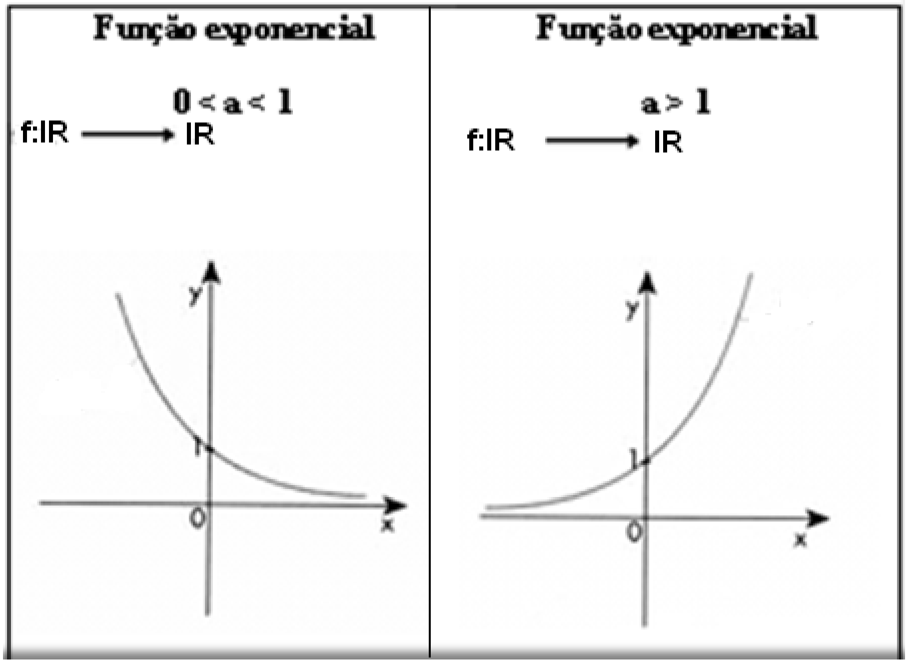
e) $r(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x$

c) h(x) = 3^x

Podemos demonstra a função f(x)= 2^x para aplicar como exemplo, numa folha de papel oficio sendo dobrado várias vezes, formando lados de retângulos para cada dobrada, ou seja, se dobra 1 vez é $2=2^1$, ficando assim com dois lados formando retângulos cada; dobrando 2 vezes é $4=2^2$, ficando com 4 lados formando retângulos cada; 3 dobras é $8=2^3$, ficando com 8 lados formando retângulo cada; 4 dobras é $16=2^4$ ficando com 16 lados formando retângulo cada, e sucessivamente, na qual será um valor crescente na função.

2.5 GRÁFICOS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

f(x)= a^x



2.6 PROPRIEDADES DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Encontramos no livro em alguns referenciais de função exponencial como, por exemplo: de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Carlos Murakami as propriedades da função exponencial são:

1ª) Na função exponencial f(x) = a^x, temos:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = a^0 = 1$$

isto é, o par ordenado (0, 1) pertence à função para todo $a \in \mathrm{IR}_+^* - \{1\}$. Isto significa que o gráfico cartesiano de toda função exponencial corta o eixo y no ponto de ordenada 1.

2ª) A função exponencial f(x) = a^x é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ ($0 < a < 1$). Portanto, dados os reais x_1 e x_2, temos:

I) quando a > 1:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

II) quando 0 < a < 1:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Para demonstrar vamos utilizar os lemas a baixo:

Lema 1:

Sendo a ∈ IR, a > 1 e n ∈ $\mathbb{Z}$, temos:

$$a^n > 1 \text{ se, e somente se, } n > 0.$$

Demonstração:

1ª parte

Provemos, por indução sobre n, a proposição: n > 0 ⇒ $a^n > 1$:

1º) é verdadeira para n = 1, pois $a^1 = a > 1$;

2º) suponhamos que a proposição seja verdadeira para n = p, isto é $a^p > 1$, e provemos que é verdadeira para n = p + 1.

De fato, de a > 1, multiplicando ambos os membros desta desigualdade por a^p e mantendo a desigualdade, pois a^p é positivo, temos:

$$a > 1 \Rightarrow \; a\,.\,a^p > a^p \Rightarrow a^{p+1} > a^p > 1$$

2ª parte

Provemos, por redução ao absurdo, a proposição:

$$a^n > 1 \Rightarrow \mathrm{n} > 0$$

Supondo n ≤ 0, temos: - n ≥ 0.

Notemos que n $=$ 0 ⇒ $a^0 = 1$ e pela primeira parte – n > 0 ⇒ $a^{-\,n} > 1$;

Portanto:

$$-\,\mathrm{n} \geq 0 \Rightarrow a^{-\,n} \geq 1$$

Multiplicando ambos dessa desigualdade por a^n e mantendo o sentido da desigualdade, pois a^n é positivo, temos:

$$a^{-n} \geq 1 \Rightarrow a^n.\,a^{-n} \geq a^n \Rightarrow 1 \geq a^n$$

o que é um absurdo, pois contraria a hipótese a^n > 1. Logo, n > 0.

Lema 2:

Sendo a ∈ IR, a > 1 e r ∈ Q, temos:

a^r > 1 se, e somente se, r > 0.

Demonstração

1ª parte

Provemos a proposição r > 0 ⇒ a^r > 1.

Façamos r = $\frac{p}{q}$ com p, q ∈ IN^*; então:

$$a^r = a^{\frac{p}{q}}$$

Pelo lema 1, se a = $\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^q > 1$ e q > 0, então $a^{\frac{1}{q}} > 1$. Ainda pelo mesmo lema, se $a^{\frac{1}{q}} > 1$ e p > 0, então $\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p > 1$, ou seja,

$$\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p = a^{\frac{p}{q}} = a^r > 1$$

2º parte

Provemos agora a proposição: $a^r > 1 \Rightarrow r > 0$.

Façamos r = $\frac{p}{q}$ com p ∈ $\mathbb{Z}$ e q $\mathbb{Z}^*$; então:

$$a^r = a^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$$

Supondo q > 0 e considerando que na 1ª parte provamos que $a^{\frac{1}{q}} > 1$, temos, pelo lema 1:

$$a^{\frac{1}{q}} > 1 \text{ e } \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p > 1 \Rightarrow p > 0$$

Logo: q > 0 e p > 0 ⇒ r = $\frac{p}{q} > 0$

Supondo, agora, q < 0, isto é, -q > 0, pelo lema 1 temos:

$$a^{-\frac{1}{q}} > 1 \text{ e } \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p = \left(a^{-\frac{1}{q}}\right)^{-p} > 1 \Rightarrow -p > 0 \Rightarrow p < 0$$

Logo: q < 0 e p < 0 ⇒ r = $\frac{p}{q}$ > 0

Lema 3:

Sendo a ∈ IR, a > 1, r e s racionais, temos:

$a^s > a^r$ se, e somente se, s > r.

Demonstração

$$a^s > a^r \Leftrightarrow a^s . a^{-r} > a^r . a^{-r} \Leftrightarrow a^{s-r} > 1 \Leftrightarrow s - r > 0 \Leftrightarrow s > r$$

Lema 4:

Sendo a ∈ IR, a > 1 e α ∈ IR – $\mathbb{Q}$, temos:

$a^\alpha > 1$ se, e somente se, α > 0.

Demonstração

Sejam os dois conjuntos que definem o número irracional α,

$A_1 = \{r \in \mathrm{Q} \,|\mathrm{r} < \alpha\}$ e $A_2 = \{s \in \mathrm{Q} \,|\mathrm{s} < \alpha\}$

e em correspondência os conjuntos de potências de expoentes racionais que definem a^α,

$B_1 = \{a^r | \mathrm{r} \in A_1\}$ e $B_2 = \{a^s | \mathrm{s} \in A_2\}$

1º parte

Provemos a proposição:

$$\alpha > 0 \Rightarrow a^\alpha > 1$$

Pela definição do número α irracional e positivo, existem $\mathrm{r} \in A_1$ e $s \in A_2$ tal que 0 < r < α < s.

Pelo lema 2, como α > 1, r > 0 e s > 0, temos: $a^r > 1$ e $a^s > 1$.

Pelo lema 3, como α > 1 e r < s, temos: $1 < a^r < a^s$ e, agora, pela definição de potência de expoente irracional, vem:

$$1 < a^r < a^\alpha < a^s$$

isto é,

$$a^{\alpha} > 1$$

2º parte

Provemos, agora, por redução ao absurdo, a proposição:

$$a^{\alpha} > 1 \Rightarrow \alpha > 0$$

Suponhamos α < 0, isto é, -α > 0.

Pela primeira parte deste teorema, temos:

$$\left.\begin{matrix} a > 1, -\alpha \in \mathrm{IR} - \mathrm{Q} \\ -\alpha > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^{-\alpha} > 1$$

Multiplicando ambos os membros da desigualdade obtida por $a^{\alpha} > 0$, vem:

$$a^{-\alpha}.\, a^{\alpha} > a^{\alpha}$$

Isto é,

$$1 > a^{\alpha}$$

o que contraria a hipótese; logo:

$$\alpha > 0$$

Teorema 1:

Sendo a ∈ IR, a > 1, $x_1 \in \mathrm{IR}$ e $x_2 \in \mathrm{IR}$, temos:

$a^{b} > 1$ se, e somente se, b > 0.

Demonstração

$$\mathrm{b} \in \mathrm{IR} \Leftrightarrow \begin{cases} b \in \mathrm{Q} \Leftrightarrow (a^{b} > 1 \Leftrightarrow \mathrm{b} > 0) \\ ou \\ b \in \mathrm{IR} - \mathrm{Q} \Leftrightarrow (a^{b} > 1 \Leftrightarrow \mathrm{b} > 0) \end{cases}$$

Teorema 2:

Sendo a ∈ IR, a > 1, x_1 ∈ IR e x_2 ∈ IR , temos:

$a^{x_1} > a^{x_2}$ se, e somente se, $x_1 > x_2$.

Demonstração

$$a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow \frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} > 1 \Leftrightarrow a^{x_1 - x_2} > 1 \Leftrightarrow x_1 - x_2 > 0 \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

Teorema 3

Sendo a ∈ IR, 0 < a < 1 e b ∈ IR, temos:

$$a^b > 1 \text{ se, e somente se, } b < 0.$$

Demonstração

Se 0 < a < 1, então $\frac{1}{a} > 1$.

Seja c = $\frac{1}{a} > 1$; pelo teorema 1, vem:

$$c^{-b} > 1 \Leftrightarrow -b > 0$$

Substituindo c = $\frac{1}{a}$, temos:

$$c^{-b} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-b} = a^b > 1 \Leftrightarrow b < 0$$

Teorema 4:

Sendo a ∈ IR, 0 < a < 1, x_1 ∈ IR e x_2 ∈ IR , temos:

$a^{x_1} > a^{x_2}$ se, e somente se, $x_1 < x_2$.

Demonstração

$$a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow \frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} > 1 \Leftrightarrow a^{x_1 - x_2} > 1 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

Demonstração da propriedade de função exponencial f(x) = a^x é crescente (decrescente) se, e somente se, *a* > 1 (0 < *a* < 1):

I) f(x) = a^x , é crescente se, a>1

$x_1 < x_2 \Rightarrow$ f (x_1) < f (x_2)

$a^{x_1} < a^{x_2}$

De acordo com o Lema 1

Se a > 1 e r > 0$\Rightarrow a^r > 1$.

Provar:

$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

De fato:

$x_1 < x_2$, logo existe r > 0 ∈ IR tal que $x_2 = x_1$ + r, assim

$a^{x_2} = a^{x_1 + r} = a^{x_1} . a^r$

$\frac{a^{x2}}{a^{x1}} = a^r$, como $a^r > 1$

Então:

$\frac{a^{x2}}{a^{x1}} > 1 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow$

Logo, f (x_1) < f (x_2) ⇒ f é crescente.

II) f(x) = a^x , é decrescente se, 0 < a < 1 , se $x_1 < x_2 \Rightarrow$

f (x_1) > f $(x_2) \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$

$x_1 < x_2 \therefore$ $x_2 = x_1$ + r, r > 0

a^r < 1 quando 0 < a < 1

De fato:

$x_1 < x_2$ ⇒f(x_1) > f(x_1) , logo.

a^r < 1^r

a^r < 1

$a^{x_2} = a^{x_1+r} = a^{x_1}.\, a^r$

$\frac{a^{x_2}}{a^{x_1}} = a^r \Rightarrow \frac{a^{x_2}}{a^{x_1}} < 1$

$a^{x_2} < a^{x_1}$

Logo, f (x_1) > f (x_2) ⇒ f é decrescente.

3º) A função exponencial f(x) = a^x, com 0 < a ≠ 1, é injetora pois, dados x_1 e x_2 tais que $x_1 \neq x_2$ (por exemplo $x_1 < x_2$), vem:

se a > 1, temos: f(x_1) < f(x_2)

se 0 < a < 1, temos: : f(x_1) > f(x_2).

e, portanto, nos dois caso, f(x_1) ≠ f(x_2).

Lei dos Expoentes: Se a e b forem números positivos e x e y, números reais quaisquer, então:

1. $a^x a^y = a^{x+y}$, x, y e a números reais.
2. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, x, y e a números reais, com a≠0.

3. $(a^x)^y = a^{x.y}$, x, y e a números reais.

4. $(a\,b)^x = a^x\, b^x$, x, a e b números reais.

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$, x, a e b números reais, com b≠0.

6. $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$, x e a números reais, com a≠0.

7. $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$, se x, y e $\sqrt[y]{a^x}$ são números reais.

2.7 A CONSTANTE DE EULER

As propriedades da função exponencial também são válidas quando a base for uma constante de Euller e (e = número de Euller)

- $y = e^x$ se, e somente se, $x = \ln(y)$
- $\ln(e^x) = x$
- $e^{x+y} = e^x.e^y$
- $e^{x-y} = e^x/e^y$
- $e^{x.k} = (e^x)^k$

Existe um número encontrado por Euler que é importantíssimo para a Análise Matemática e é indicada pela letra *e,* e definido pela relação:

O número *e* é um número irracional e positivo e em função da definição da função exponencial, temos que:

$\ln x = y \Leftrightarrow e^y = x$

$\ln(e^x) = x \qquad x \in \mathrm{IR}$

$e^{\ln x} = x \qquad x > 0$

Em particular, se fizermos x = 1, obteremos

$\ln e = 1$

Este número é denotado por e em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783), um dos primeiros a estudar as propriedades desse número.

O valor deste número expresso com 40 dígitos decimais é:

e = 2,7182818284590452353602874713526624977 57

2.8 O CRESCIMENTO POPULACIONAL

Vamos considerar primeiro uma população de bactérias em um meio nutriente homogêneo. Suponhamos que tomando amostras da população em certos intervalos fique determinado que a população dobre a cada hora. Se o número de bactérias no instante t for p(t), onde t é medido em horas, e a população inicial for p(0) = 1.000, então:

P(1) = 2p(0) = 2 x 1.000

P(2) = 2p(1) = 2^2 x 1.000

P(3) = 2p(2) = 2^3 x 1.000

Desse padrão parece que, em geral,

P(t) = 2^t x 1.000 = (1.000) 2^t

Compreendermos que a função população é um múltiplo constante da função exponencial y = 2^t; logo, ela exibe o rápido crescimento da população de bactérias. De acordo com o exemplo acima do autor James Stewart: Sob condições ideais (espaço e alimentos ilimitados e ausência de doenças) esse crescimento exponencial é típico do que ocorre realmente na natureza.

3. A INTERVENÇÃO

3.1 A escola campo

3.1.1 Identificação da escola campo

A Escola Municipal do Ensino Fundamental e Médio Genésio Pinto Ramalho esta localizado no endereço, Rua Vereador Antonio Gonçalves S/N na Cidade de Nova Olinda – PB

3.1.2 História da fundação da escola campo

A EMEFM Genésio Pinto Ramalho foi fundada em 02 de fevereiro 1989 para suprir as necessidades da cidade de Nova Olinda – PB, pois esta escola é a maior escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio criada nesta cidade.

A escola funciona no seu próprio prédio e é situado na cidade de Nova Olinda, no centro. Ela é grande, medindo 1.318,20 m² em ótimas condições de funcionamento. A área é constituída por 08 (oito) salas de aulas em funcionamento, 01 (um) auditório, 01 (uma) diretoria, 01 (uma) secretaria, 01 (uma) sala de professor, 01 (uma) sala de vídeo, 03 (três) banheiros em funcionamento, 01 (uma) cantina, 01 (um) depósito de merenda, 01 (um) ginásio de esportes que funciona como área de laser e 01 (uma) biblioteca. Sua parte física é composta por 500 (quinhentas) carteiras, 520 (quinhentas e vinte) cadeiras, 03 (três) armários, 06 (seis) estantes, 01 (um) frízer, 01 (uma) geladeira, 02 (dois) fogões industriais, 01 (um) liquidificador, e 02 (dois) arquivos. O aluno ingressa na escola através dos pais ou responsáveis que procuram a direção da escola com o objetivo de matriculá-los. A manutenção da escola é feita pela Prefeitura Municipal. Em relação à avaliação da aprendizagem, ela é contínua, através de provas e trabalhos. O horário de funcionamento da escola é das 07h00min às 22h30min.

A escola como instituição de ensino tem como proposta ser transformadora de cidadãos com senso autocríticos, reflexivos, capazes de atuar e modificar a sociedade de forma igualitária e justa. A escola orienta e desenvolve o processo de ensino aprendizagem, transformando o meio em que está inserido os alunos com a sua própria aprendizagem.

A equipe pedagógica é eficiente, realiza os seus objetivos educacionais, tem boa impressão tanto física como pedagógica. Existem diversas atividades pedagógicas, tais como gincanas, olimpíadas, feira de ciências e outras. A escola apresenta a maioria dos profissionais com formação superior na área, que possibilita um bom desempenho profissional.

3.1.3 Corpo discente

A escola funciona nos três turnos e possui um total de 562 alunos, dos quais são distribuídos conforme a tabela abaixo:

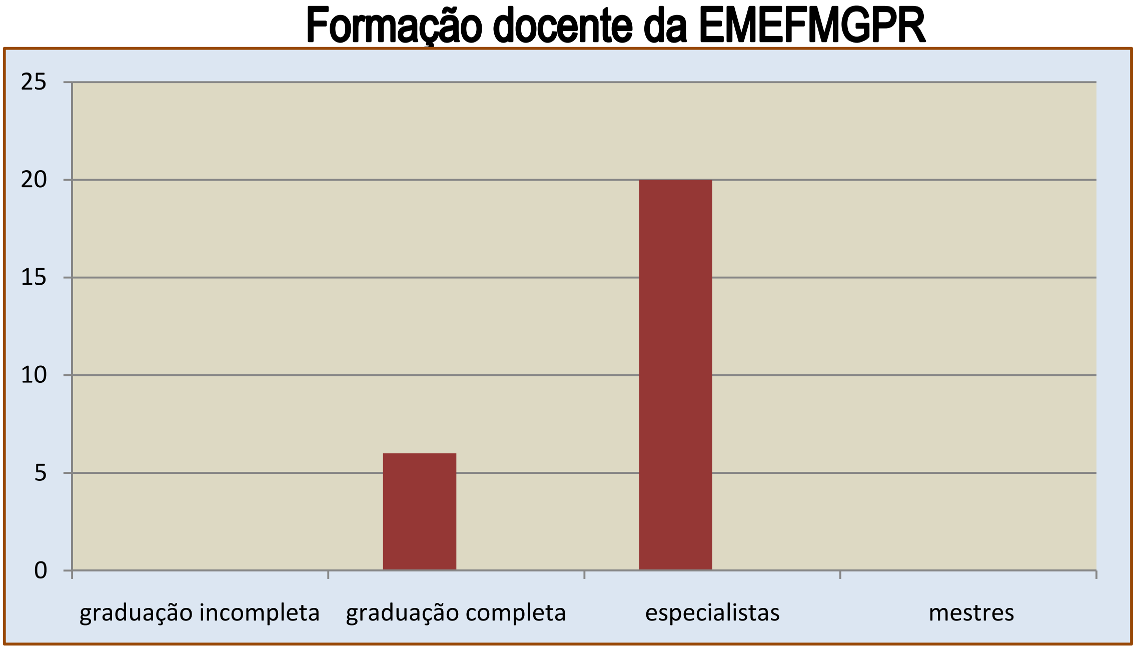
Tabela 1 - Números de alunos matriculados em 2012 na EMEFMGPR

ANO	N°DE ALUNOS	TURNO
Ensino Fundamental	178	Manhã
Ensino Fundamental	248	Tarde
Ensino Fundamental e Médio	136	Noite

Fonte: Secretaria da EMEFMGPR

3.1.4 Corpo docente

O corpo docente é composto por seis professores com graduação completa do curso de Pedagogia, vinte especialistas, sendo três do curso de Matemática, dois do curso de Geografia, três do curso de Letras, dois do curso de Ciências, dois do curso de História, dois do curso de Artes, um do curso de Religião e cinco do curso de Pedagogia como mostra o gráfico abaixo relacionando o número de professores e sua respectiva formação acadêmica.



Figura

Fonte: Secretaria da EMEFMGPR

3.2- A proposta didática da intervenção

A proposta do projeto parte de situações problemas que mostram a aplicação, contextualização e a importância do conteúdo de função exponencial para o desenvolvimento do conhecimento, evidenciando e solucionando as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de função exponencial, como forma de promover a aprendizagem dos alunos e estimular o seu interesse no estudo da Matemática.

Os alunos também serão motivados a pesquisar, através de diferentes fontes, com o objetivo de buscar e ampliar os seus conhecimentos no estudo de função exponencial, tornando-se agentes ativos da sua própria aprendizagem.

O estudo de função exponencial tem como objetivo desenvolver as habilidades cognitivas. Além disso, promover leitura de gráficos que levam o aluno a analisar as possibilidades e limitações contidas entre a sua realidade e as informações do gráfico pesquisado.

3.2.1 Metodologia

3.2.1.1 Natureza da pesquisa

A pesquisa foi realizada de forma exploratória e descritiva com o objetivo de verificar a dificuldade de aprendizagem no ensino de função exponencial, tentando solucionar ou amenizar essa dificuldade de aprendizagem dos alunos, a concepção do professor em relação à dificuldade de aprendizagem no ensino de função exponencial e o desempenho de seus alunos no Ensino Médio.

3.2.1.2 Participantes da pesquisa

A pesquisa foi realizada na EMEFM Genésio Pinto Ramalho.

Foram participantes da pesquisa a turma do 1° ano do Ensino Médio, com um total de 25 alunos e um professor de Matemática.

3.2.1.3 Coleta dos dados

A pesquisa bibliográfica foi fundamentada através de autores de livros didáticos de Matemática e artigos da internet.

A pesquisa de campo teve seus dados coletados através de questionários e observações realizados durantes os meses de Setembro e Outubro de 2012 com alunos e o professor da escola campo.

3.2.1.4. Apresentação e análise dos dados

Antes do início das atividades foi necessário esclarecer aos alunos pesquisados os objetivos da pesquisa com a intenção de proporcionar para eles, um momento de reflexão sobre o ensino de função exponencial e sua importância para o desenvolvimento cognitivo.

Foi proposto ao professor um questionário com objetivo de identificar a sua concepção sobre a dificuldade de aprendizagem no ensino de função exponencial, suas vantagens e desvantagens no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Para identificar esse profissional usamos nome fictício como professor João, em seguida apresentaremos a sua concepção com relação à dificuldade de aprendizagem no ensino de função exponencial, como conteúdo que desenvolve e aprimora o raciocínio concreto e abstrato do aluno na aprendizagem Matemática.

Inicialmente foi perguntada ao professor a importância do conteúdo função exponencial no processo de ensino e aprendizagem e foi apresentada a seguinte resposta:

> O conteúdo de função exponencial é de grande importância para o desenvolvimento do pensamento cognitivo, desenvolvendo no aluno a capacidade de novas habilidades de pensar para resolver problemas do seu mundo, aumentando assim seu conhecimento

> investigativo no ensino de aprendizagem da Matemática. (Professor João)

O Professor João reconhece a importância do conteúdo de função exponencial, como forma de desenvolver o pensamento cognitivo e capacidade de adquirir novas habilidades de pensar para resolver problemas do seu mundo.

Sá (2005) aponta, a partir do mapeamento feito nos livros didáticos, que atualmente ocorre uma inversão no ensino das funções exponenciais e logarítmicas. Para ele, as funções são ferramentas da Matemática que auxiliam a humanidade na compreensão dos processos de interdependência e fluência e, desta forma, ajudam o homem a resolver problemas do seu mundo.

Nesta perspectiva, o aluno resolve problema de função exponencial pela sua própria experiência adquirida no mundo, pois terão a maturidade para entender como introduzir e aproveitar tal conteúdo no seu cotidiano.

As vantagens no ensino de função exponencial:

> O estudo de função exponencial facilita na aprendizagem de outras operações e dessa forma auxilia aos alunos desenvolver seus conhecimentos Matemáticos, ajudando a verificar e observar conceito, regra gráfica e procedimentos de cálculos matemáticos para o seu cotidiano.(Professor João)

> Facilita na compreensão de problema do seu cotidiano onde o foco é o ensino e a aprendizagem de função exponencial, pois aluno chega mais rápido no entendimento de solução e amplia a aprendizagem em outras habilidades na Matemática.

Para isso, os alunos precisam reconhecer a importância do uso de função exponencial e se conscientizar que é um conteúdo que ajuda o desenvolvimento intelectual. Dessa forma, é necessário que o professor estimule para o uso de descobertas de gráficos e propriedades de função exponencial, com várias estratégias para melhorar o ensino e aprendizagem.

Percebe-se também que apesar de vivermos numa sociedade onde existem várias informações presentes no cotidiano, o uso de função exponencial ainda causa receio, visto que é um conteúdo que pode ser encontrado em todos os lugares, deste um simples gráfico no jornal ou revista. Mas, não podemos deixar de citar que a maioria dos alunos prefere se divertir indo para festas e shows, do que está estudando função exponencial em sala de aula. Sendo assim, os professores devem utilizar estratégias para estimular os alunos, facilitando e promovendo o processo de ensino e aprendizagem. Para isso é necessário fazer um planejamento, traçando objetivos e metas que se desejam alcançar. Além disso, os alunos precisam ter consciência das suas funções no processo de aprendizagem e junto com o professor buscarem os meios de desenvolver a sua capacidade de efetuar diversos tipos de cálculos com função exponencial.

A pesquisa realizada, com alunos do 1° ano do Ensin o Médio, (atividade em anexo), constatou que o uso de estratégias favorece a resolução de problemas de função exponencial, proporcionado dessa forma um maior êxito na busca de suas soluções como mostra as tabelas abaixo:

Na Tabela 2 - Desempenho de alunos, do 1° ano no En sino Médio, na resolução de problemas de função exponencial sem estratégias, consta um aluno que não acertou nenhumas das questões, dois alunos acertaram uma questão, três alunos acertaram duas questões, três alunos acertaram três questões, cinco alunos acertaram quatro questões e onze alunos acertam cinco questões, ou seja, ao resolverem os problemas de função exponencial sem estratégias, 40% dos alunos acertou todas as questões e 60% estão os que erraram pelo menos uma das questões.

Tabela 2 - Desempenho de alunos, do 1° ano no Ensino Médio, na resolução de problemas de função exponencial sem estratégias

Número de questões certas	**Total de alunos**
0	**1**
1	**2**
2	**3**
3	**3**
4	**5**
5	**11**

Fonte: Dados da Pesquisa realizada na EMEFMGPR

Já na tabela 3 - Desempenho de alunos, do 1° ano no Ensino Médio, na resolução de problemas de função exponencial com estratégias, mostra que um aluno acertou três questões, dez alunos acertaram quatro questões, quatorzes acertam as cinco questões, ou seja, quando esses mesmos alunos resolveram os problemas de função exponencial com estratégias,(atividade em anexo), 56% acertaram todas as questões e 44% erraram apenas uma ou duas questões. Isso mostra uma evolução de forma significativa no desempenho desses alunos na resolução de problemas de função exponencial, pois com o uso de estratégias o número de acertos foi maior.

Tabela 3 - Desempenho de alunos, do 1° ano no Ensino Médio, na resolução de problemas de função exponencial com estratégias

Número de questões certas	Total de alunos
0	0
1	0
2	0
3	1
4	10
5	14

Fonte: Dados da pesquisa realizada na EMEFGPR

Assim podemos concluir que o maior número de erros sem estratégias está ligado a falta de estímulo, falta de interesse, falta de habilidades no cálculo mental e os erros com o uso de estratégias referem-se à escolha de quais estratégias de resolução de problemas específicas para a aprendizagem de cada aluno. Isso nos mostra que não basta ter estímulos para resolver com êxito uma situação problema de função exponencial, mas é necessário compreender o problema que será repassado para o aluno, identificar as suas estratégias de solução e conferir se a resposta encontrada está de acordo com o problema na aprendizagem do aluno. Lembramos que o planejamento é de muita importância para o êxito das estratégias na sua aplicação e no estímulo de resolução de problemas de função exponencial.

3.3 Avaliação da intervenção

A realização da intervenção proporcionou um momento de reflexão sobre a realidade escolar. Dessa forma, foi possível vivenciar as dificuldade de aprendizagem e a troca de experiências do professor e alunos com relação à função exponencial. Foi possível verificar através da pesquisa com atividade em anexo aceitação ou não das estratégias empregadas para facilitar a aprendizagem dos alunos.

Com a intervenção, foi possível detectar as principais dificuldades encontradas pelo profissional, no ensino e aprendizagem de função exponencial. Uma das dificuldades encontradas refere-se ao desinteresse do alunado para estudar o conteúdo de função exponencial, pois os mesmos ainda não têm maturidade suficiente para ter consciência que é um conteúdo importantíssimo no desenvolvimento intelectual do aluno.

Nesta perspectiva a intervenção busca proporcionar aos futuros professores os meios para superar os desafios e as dificuldades encontradas pelos professores no exercício da sua docência.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A função exponencial é um assunto que se utilizado de forma coerente com os objetivos que se desejam alcançar pode desenvolver diversas habilidades na Matemática, principalmente na resolução de problemas, na qual o professor cria estratégias para estimular a resolvê-los.

Apesar dos benefícios que a função exponencial proporciona, no processo de ensino e aprendizagem, alunos não tem vontade de estudá-la em sala de aula, pois afirmam que o estudo de função exponencial não serve para o uso do seu cotidiano. Sabemos que isto é um equívoco e que a função exponencial esta em todo nosso meio. Entretanto, não podemos deixar de conscientizar sobre sua importância no desenvolvimento cognitivo do concreto e abstrato dos alunos no estudo da Matemática, mas, para facilitar o processo de aprendizagem devem existir outras habilidades como o raciocínio lógico e dedutivo, estratégias de resolução de problemas, estimativas e verificação de resultados no estudo de função exponencial.

Após a realização da pesquisa com alunos do 1° ano do Ensino Médio foi constatado que o uso de estratégia favoreceu o desenvolvimento na aprendizagem de resolução de problemas, facilitando e agilizando os cálculos, proporcionando aos alunos uma maior porcentagem de acertos. Isso mostra como é importante o uso de estratégias para o desenvolvimento das habilidades de aprendizagem dos alunos em resolver problemas com função exponencial, pois os mesmos alunos apresentaram um melhor desempenho quando introduzido estratégias para resolvê-los.

REFERÊNCIAS

BRASIL, LDB: **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**: lei n° 9.394. Brasília, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1998.

D'AMBROSIO, Beatriz. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. Ano II, nº 2. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática: 1989.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contextos e Aplicações**. São Paulo: Ática, 2010.

FIORENTINI, Dario. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** São Paulo: UNICAMP. Revista Zetetiké, ano 3, n. 4, 1995.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria A. **Uma Reflexão Sobre o Uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino da Matemática.** Boletim da SBEM – SP, n. 7, julho-agosto 1990.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar 2: Logaritmos.** 9ª Ed. São Paulo: Atual editora, 2010.

KAMII, Constance. **Desvendando a aritmética: Implicações da Teoria de Piaget**; tradução: Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb; Revisão Técnica: Marcelo Cestari Lellis- 2. ed. São Paulo: Papirus, 1995.

LINS, Rômulo C. **Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida V.; BORBA, Marcelo de C. Educação matemática: pesquisa em movimento. 2. ed. revisada. São Paulo: Cortez, 2005.

LOPES, Maria da Glória. **Jogos na Educação: Criar, Fazer, Jogar.** 6. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MEDEIROS, Cleide F. de. **Por uma Educação Matemática como Intersubjetividade.** In: BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.) 2. ed. São Paulo: Centauro, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática-Volume Único**. 1º ed. São Paulo: Moderna, 2005.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba: SEED, 2006.

SÁ, S.L.S.(2005). **Um Mapeamento do Ensino de funções Exponenciais e Logarítmicas no Ensino Básico**. Monografia para a Especialização em Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Médio. Niterói: Universidade Federal Fluminense.

STEWART, James. **Cálculo.** Volume 1. 5ª Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2009.

http://www.coladaweb.com/matematica/funcao

http://www.neteducacao.com.br/sala-de-aula/ensino-medio/matematica/funcao-exponencial---compreensao-e-resolucao-de-funcoes-exponenciais

http://www.matematicadidatica.com.br/JurosCompostosExercicios1.aspx#anchor_ex5

ANEXOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATAMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA A DISTÂNCIA

QUESTIONÁRIO REALIZADO SEM ESTRATÉGIAS

Questão: Ao concluir um dia de trabalho, um corretor da bolsa de valores construiu uma tabela em que cada linha apresentava o preço y, em reais, de cada ação de uma empresa, após x horas do início do pregão. Este estudo revelou que cada ponto (x, y) pertence à função exponencial y = $\left(\frac{3}{2}\right)^x$**.**

1) Esboce o gráfico da função y = $\left(\frac{3}{2}\right)^x$
2) Sabendo que o pregão teve exatamente 4 horas de duração, calcule o preço mínimo e o preço máximo de cada ação dessa empresa durante esse dia.

Resposta: Valores: Quanto o tempo for 0 hora temos o expoente X=0:

$y_{mínimo}=\left(\frac{3}{2}\right)^x \Rightarrow y_{mínimo}=\left(\frac{3}{2}\right)^0=1$

E quando o tempo for 4 horas temos o expoente de x=4:

$y_{máximo}=\left(\frac{3}{2}\right)^x \Rightarrow y_{máximo}=\left(\frac{3}{2}\right)^4\approx 5{,}06$

3) Pode-se afirmar que o preço da ação cresceu durante todo o tempo de duração do pregão? Por quê?

Resposta: O preço da ação cresceu durante todo o tempo de duração do pregão, porque a função que o representa a cada instante, y=$\left(\frac{3}{2}\right)^x$, é crescente.

4)Construir o gráfico da função exponencial de base 3, f(x)= 3^x.

5)Construir o gráfico da função exponencial de base 6, f(x)= 6^x.

Universidade Federal da Paraíba

Universidade Aberta do Brasil

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Departamento de Matemática

Licenciatura em Matemática à Distância

QUESTIONÁRIO REALIZADO COM ESTRATÉGIAS

1ª Etapa: Introdução ao tema.

Iniciemos a atividade propondo para os alunos resolvam em grupos alguns desafios que envolvam funções exponenciais. Como exemplo, sugerimos os seguintes desafios:

1) Um jogador da Mega Sena ganhou sozinho R$ 1.000.000,00 (um milhão de reais). Ele pretende aplicar todo esse dinheiro na poupança, com um rendimento de 10% ao mês. Considerando que ele irá sacar esse dinheiro somente após 1 (um) ano de aplicação, quanto dinheiro ele terá?(i=10% ao mês)
O problema esta sendo desenvolvido com uma função.

Dados:

C= R$ 1000.000,00

Fórmula:

M=C$(1+i)^n$

M= total de dinheiro que terá daqui a 1 ano

i = rendimento mensal somado ao valor inicial=10%+100%= 0,1 + 1=1,1

n= expoente = número de meses da aplicação = 1 ano = 12 meses

$M= 1000000 . (1+0,1)^n$

$M = 1000000 . (1,1)^{12}$

$M = 1000000 . 3,138$

$M = 3.138.000$

Observamos que a fórmula é igual a $M = C.(1+i)^n$, C é igual a R$ 1000.000,00, a soma de 1 com i é igual a 1,1 e seu expoente n é igual a 12, pois equivale aos meses de um ano. Assim, após um ano de aplicação, o apostador terá R$ 3.138.000,00 (três milhões e cento e trinta e oito mil reais).

2) Um casal resolveu comprar uma casa no valor de R$ 350.000,00 (trezentos e cinqüenta mil reais). Como não possuíam o dinheiro para pagar à vista, fizeram um financiamento de R$ 200.000,00 (duzentos mil reais). Os juros do financiamento são de 20% ao ano. Eles pretendem pagar a casa em 10 anos. Qual será o valor final do financiamento da casa?

Dados:

K(constante) = R$ 200.000,00

Fórmula:

$f(x) = k. a^x$

f(x) = valor total a ser pago pelo financiamento daqui a 10 anos

a = base = juros anual somado ao valor inicial = 20% + 100% = 0,2 + 1 = 1,2

x = expoente = período de financiamento = 10 anos

$f(x) = 200000 . a^x$

$f(10) = 200000 . (1,2)^{10}$

$f(10) = 200000 \;.\; 6{,}192$

$f(10) = 1.238.400$

Observamos que a fórmula é igual a $f(x) = k.\,a^x$, sua constante k é igual a R$ 200.000,00, a base a é igual a 1,2 e seu expoente é igual a 10, pois equivale a dez anos. Assim, após 10 anos, o valor pago pelo financiamento será de R$ 1.238.400,00 (um milhão, duzentos e trinta e oito mil e quatrocentos reais).

3) Numa área de preservação ambiental, para que uma espécie de planta não fosse extinta, pesquisadores mantiveram sob cuidados o último exemplar dessa espécie. Sabendo que uma planta dessa espécie gera 10 mudas por ano (que são capazes de se reproduzir após um ano) e logo em seguida morre, e sabendo que seria necessário, no mínimo, 10.000 exemplares para garantir que a espécie não corra mais risco de extinção, será que após 5 anos a espécie não precisará mais de acompanhamento porque saiu do risco de extinção?

Dados:

Fórmula:

$f(x) = a^x$

f(x) = número de exemplares da planta

a = base = número de descendentes gerados a cada ano, por planta = 10

x = expoente = número de períodos de tempo (ano) considerado = 5

$f(x) = a^x$

$f(5) = 10^5$

$f(5) = 100000$

Observamos que a fórmula é igual a $f(x) = a^x$, sua base a é igual a 10 e seu expoente é igual a 5, pois equivale a cinco anos. A resposta é sim, pois após 5 anos, existirão 100.000 (cem mil) exemplares da planta, e por isso a espécie não correrá mais risco de extinção e não precisará de acompanhamento.

Acompanhamos os grupos durante a resolução e pedimos que compartilhassem não somente os resultados, mas a forma que utilizaram para resolver. Procuramos observar e valorizar estes processos.

Certificamos de que todos os alunos compreenderam os conceitos envolvidos na atividade.

2ª Etapa: Exploração da atividade interativa.

Organizamos a turma em duplas de trabalho para utilização de computadores da sala de informática.

Pedimos para que os alunos acessassem a atividade interativa "Função Exponencial", disponível no site NET Educação (material de apoio).

Após a exploração, certificamos que os alunos compreenderam o desafio do jogo de xadrez e motivamos a pensarem em duplas a respeito das estratégias que deveriam utilizar para resolução dos desafios.

Perguntamos se eles acreditam que os conceitos envolvidos nas aulas de Matemática poderão ajudá-los na resolução. Claro algum aluno citou as funções exponenciais, mas, se por acaso ninguém comentasse, que não foi o acontecido, relembraríamos o que foi abordado na primeira etapa da atividade deste plano.

Ao término da atividade interativa, discutimos com os alunos os resultados e as estratégias que utilizaram para resolver o desafio.

4) Essa atividade interativa apresenta uma lenda de um rei, que cansado da monotonia do reino, pede para que um de seus súditos lhe desenvolva um

jogo. Como pagamento, o inventor do xadrez pediu para que em, cada uma das 64 casas do tabuleiro fossem colocadas moedas de ouro, na seguinte condição: na primeira casa deveria ser colocada uma moeda e nas demais casas deveria ser colocado o dobro de moedas que havia na casa anterior. Essas moedas, então, seriam seu prêmio pela invenção. Para resolver esse e outros desafios do nosso cotidiano, os alunos terão de compreender os conceitos e as formas de resolução das funções exponenciais.

3ª Etapa: Retomada Conceitual

Após a realização da atividade interativa, disponibilizamos para turma algumas situações que envolviam funções exponenciais e propomos que a sala, divida em trios explicasse porque elas tratam desse tipo de funções.

Sugerimos as seguintes situações:

5) (EU-PI) Suponha que, em 2003, o PIB (Produto Interno Bruto) de um país seja de 500 bilhões de dólares. Se o PIB crescer 3% ao ano, de forma cumulativa, qual será o PIB do país em 2023, dado em bilhões de dólares? Use $1{,}03^{20} = 1{,}80$.

Dados

P0= 500 bilhões de dólares

i = 3% (0,03) ao ano

t = 20 anos que é a relação entre as datas de 2003 e 2023

Temos a seguinte função exponencial:
$P(x) = P0 * (1 + i)^{t}$

$P(x) = 500 * (1 + 0{,}03)^{20}$

$P(x) = 500 * (1,03)^{20}$

$P(x) = 500 * 1,80$

$P(x) = 900$

Observamos que a fórmula é igual a $P(x) = P0 * (1 + i)^t$, o valor de P0 é igual a 500, o valor de i é igual a 3% (0,03) e o valor de t é igual a 20, pois equivale a relação entre as datas de 2003 e 2023. Resposta: O PIB do país no ano de 2023 será igual a R$ 900 bilhões.

Posteriormente, orientamos os grupos a criarem 1 desafio que envolvesse, em sua resolução, os conteúdos trabalhados na atividade interativa. Se a aprendizagem conceitual foi garantida nas etapas anteriores, os alunos só precisariam usar a criatividade para elaborar desafios interessantes.

Sugerimos que os alunos trocassem os desafios entre os grupos para que fossem solucionados, de modo que cada grupo teria que solucionar 1 desafio diferente do que foi criado. Posteriormente, orientamos que cada grupo colocasse para a turma os desafios e as estratégias utilizadas nas respectivas resoluções.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATAMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA A DISTÂNCIA

QUESTIONÁRIO APLICADO COM O PROFESSOR

1) Qual é a importância do conteúdo de função exponencial no processo de ensino e aprendizagem dos alunos?

2) Quais as vantagens de aplicar a função exponencial no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos?

3) E quais as desvantagens?

4) Você é a favor ou contra ao uso de estratégias de ensino para o melhoramento da aprendizagem dos alunos?

5) Você usa estratégia de ensino? Por quê?